

MATEMATIKA II**1. DIO**

11. rujna 2009.

1. (i) Što je primitivna funkcija? Odgovorite rečenicom i formulom. (2 boda)
(ii) Je li $F(x) = \ln 2|x|$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{x}$? Obrazložite! (4 boda)
(iii) Odredite $\int \frac{2}{3} \cos(\frac{5}{4}x + 7)dx$. Provjerite! (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-4}^2 (x^2 + 3x)dx$. (4 boda)
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite formulu za linearu aproksimaciju funkcije f oko (x_0, y_0) . (2 boda)
(ii) Napišite formulu za prirast funkcije f oko (x_0, y_0) i za približni prirast. (2 boda)
(iii) Odredite prirast i približni prirast ako je $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{y^2 - x^2}}$, $(x_0, y_0) = (3, 5)$, u ovisnosti o Δx , Δy i posebno za $\Delta x = 0.1$, $\Delta y = -0.1$. (6 bodova)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y)dxdy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)
(ii) Opišite (i) ako je $f(x, y) = x + y$ i ako je D zadano s $-1 \leq x \leq 5$, $-1 \leq y \leq x + 1$. Slika! (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (ii). Možemo li f interpretirati kao funkciju gustoće mase? Objasnite. (4 boda)
5. (i) Zapišite opću homogenu linearu diferencijalnu jednadžbu drugog reda i njenu karakterističnu jednadžbu. Kakva mogu biti rješenja karakteristične jednadžbe? (3 boda)
(ii) Opišite opće rješenje diferencijalne jednadžbe iz (i). (3 boda)
(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe $y'' - 6y' + 5y = 0$, $y'' - 4y' + 4y = 0$ i $y'' + 2y' + 2y = 0$. Odredite partikularna rješenja ako je $y(0) = -2$, $y'(0) = -6$. (4 boda)

MATEMATIKA II**1. DIO**

11. rujna 2009.

1. (i) Što je primitivna funkcija? Odgovorite rečenicom i formulom. (2 boda)
(ii) Je li $F(x) = \ln 2|x|$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{x}$? Obrazložite! (4 boda)
(iii) Odredite $\int \frac{2}{3} \cos(\frac{5}{4}x + 7)dx$. Provjerite! (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-4}^2 (x^2 + 3x)dx$. (4 boda)
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite formulu za linearu aproksimaciju funkcije f oko (x_0, y_0) . (2 boda)
(ii) Napišite formulu za prirast funkcije f oko (x_0, y_0) i za približni prirast. (2 boda)
(iii) Odredite prirast i približni prirast ako je $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{y^2 - x^2}}$, $(x_0, y_0) = (3, 5)$, u ovisnosti o Δx , Δy i posebno za $\Delta x = 0.1$, $\Delta y = -0.1$. (6 bodova)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y)dxdy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)
(ii) Opišite (i) ako je $f(x, y) = x + y$ i ako je D zadano s $-1 \leq x \leq 5$, $-1 \leq y \leq x + 1$. Slika! (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (ii). Možemo li f interpretirati kao funkciju gustoće mase? Objasnite. (4 boda)
5. (i) Zapišite opću homogenu linearu diferencijalnu jednadžbu drugog reda i njenu karakterističnu jednadžbu. Kakva mogu biti rješenja karakteristične jednadžbe? (3 boda)
(ii) Opišite opće rješenje diferencijalne jednadžbe iz (i). (3 boda)
(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe $y'' - 6y' + 5y = 0$, $y'' - 4y' + 4y = 0$ i $y'' + 2y' + 2y = 0$. Odredite partikularna rješenja ako je $y(0) = -2$, $y'(0) = -6$. (4 boda)

MATEMATIKA II**2. DIO**

11. rujna 2009.

1. (i) Nađite dvije primitivne funkcije od $f(x) = \frac{1}{\arctan x} \cdot \frac{1}{1+x^2} + 2^x$. (3 boda)
(ii) Riješite integral $\int e^x \sin 2x dx$. (4 boda)
(iii) Riješite integral $\int_e^{+\infty} \frac{1}{\ln^2 x} \cdot \frac{1}{x} dx$. (3 boda)
2. Zadana je funkcija $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 2x + y^2 - 4y + 4}$.
 - (i) Odredite i skicirajte domenu te funkcije. (5 bodova)
 - (ii) Nađite parcijalne derivacije te funkcije u točki $(0, 0)$. (5 bodova)
3. Zadana je funkcija $z(x, y) = y^2 + xy + x^2 - 2y - x$. Odredite:
 - (i) njene lokalne ekstreme, (5 bodova)
 - (ii) tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $(0, 1, z_0)$. (5 bodova)
4. Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom oko x osi područja omeđenog krivuljom $y = e^x$, pravcem $y = 0$ te *zdesna* pravcem $x = 0$. (10 bodova)
5. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$. (10 bodova)

MATEMATIKA II**2. DIO**

11. rujna 2009.

1. (i) Nađite dvije primitivne funkcije od $f(x) = \frac{1}{\arctan x} \cdot \frac{1}{1+x^2} + 2^x$. (3 boda)
(ii) Riješite integral $\int e^x \sin 2x dx$. (4 boda)
(iii) Riješite integral $\int_e^{+\infty} \frac{1}{\ln^2 x} \cdot \frac{1}{x} dx$. (3 boda)
2. Zadana je funkcija $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 2x + y^2 - 4y + 4}$.
 - (i) Odredite i skicirajte domenu te funkcije. (5 bodova)
 - (ii) Nađite parcijalne derivacije te funkcije u točki $(0, 0)$. (5 bodova)
3. Zadana je funkcija $z(x, y) = y^2 + xy + x^2 - 2y - x$. Odredite:
 - (i) njene lokalne ekstreme, (5 bodova)
 - (ii) tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $(0, 1, z_0)$. (5 bodova)
4. Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom oko x osi područja omeđenog krivuljom $y = e^x$, pravcem $y = 0$ te *zdesna* pravcem $x = 0$. (10 bodova)
5. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$. (10 bodova)